

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)

Утверждаю:

Проректор по учебной работе

Павлов В.Н.

2017 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

дисциплины

**«КОМБИНАТОРИКА И ТЕОРИЯ ГРАФОВ»**

для подготовки аспирантов по направлению

02.06.01 – «Компьютерные и информационные науки»

по направленности

«Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

Санкт-Петербург

2017

## **СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ**

№ учебного плана:	7902180
Обеспечивающий институт:	ИФИО
Обеспечивающая кафедра:	ВМ-2
Общая трудоемкость (ЗЕТ)	5
Курс	1
Семестр	1

### **Виды занятий**

Лекции (академ. часов)	36
Практические занятия (академ. часов)	0
Лабораторные занятия (академ. часов)	0
Все аудиторные (контактные) занятия (академ. часов)	36
Самостоятельная работа (академ. часов)	144
Всего (академ. часов)	180

### **Вид промежуточной аттестации**

Дифференцированный зачет (семестр)	1
------------------------------------	---

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ВМ-2  
20.04.17, протокол № 6.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена учебно-методической комиссией института фундаментального инженерного образования 21.04.17, протокол № 2.

## **АННОТАЦИЯ ДИСЦИПЛИНЫ** **«КОМБИНАТОРИКА И ТЕОРИЯ ГРАФОВ»**

Много комбинаторных вопросов исторически рассматривались изолированно, представляя специальное решение проблемы, возникшей в некотором математическом контексте. В конце двадцатого века были разработаны общие теоретические методы, превратившие комбинаторику в независимую отрасль математики. Одна из самых известных частей комбинаторики - теория графов, у которой есть многочисленные естественные связи с другими областями. Комбинаторика используется в информатике для получения оценок эффективности алгоритмов.

### **SUBJECT SUMMARY** **«COMBINATORY AND THEORY OF THE COUNTRIES»**

Many combinatorial questions were historically considered in isolation, representing a special solution to the problem that arose in a certain mathematical context. At the end of the twentieth century, general theoretical methods were developed that transformed combinatorics into an independent branch of mathematics. One of the most famous parts of combinatorics is the theory of graphs, which has numerous natural connections with other areas. Combinatorics is used in computer science to obtain estimates of the effectiveness of algorithms.

## **ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ**

1. Изучение аналитических методов решения комбинаторных задач.
2. Формирование базовых знаний (понятий, концепций, методов и моделей), приобретение теоретических знаний и практических умений и навыков, и консультирование студентов в области машинного обучения и интеллектуального анализа данных.
3. Освоение подходов к проведению собственных теоретических исследований.

Перечень компетенций, в формировании которых участвует дисциплина, приведен в матрице компетенций, прилагаемой к ООП.

## **МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП**

Дисциплина «Комбинаторика и теория графов» относится к вариативной части ООП. Дисциплина преподается на основе знаний, полученных при освоении программы магистратуры или специалитета, и обеспечивает изучение последующих дисциплин:

1. «Анализ рисков при планировании эксперимента»;
2. «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»,

и обеспечивает подготовку выпускной научной квалификационной работы (диссертации).

## **СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Введение (1 академ. час)**

Содержание, цель и значение дисциплины в подготовке аспирантов.

### **Тема 1. Исходные комбинаторные объекты и формулы для их числа**

(14 академ. часов)

Упорядоченные разбиения множеств, разбиения на подмножества с заданной мощностной структурой, подстановки с заданной цикловой структурой, тождество Коши.

### **Тема 2. Аналитический метод перечисления сочетаний и перестановок (16 академ. часов)**

Производящие функции. Экспоненциальные производящие функции. Обобщенные гиперболические функции.

### **Тема 3. Некоторые приемы нахождения производящих функций (16 академ. часов)**

Числа Каталана. Числа Белла. Числа Стирлинга 2-го рода, их связь с числами Белла. Числа Стирлинга 1-го рода. Линейные рекуррентные уравнения.

### **Тема 4. Разбиения целых чисел (14 академ. часов)**

Упорядоченные разбиения. Разбиения на фиксированные части. Производящая функция для произвольных разбиений. Разбиения на фиксированное число частей. Разбиения с неравными частями. Разбиения на фиксированное число неравных частей. Совершенные разбиения.

### **Тема 5. Формула включений и исключений (14 академ. часов)**

Формула включений и исключений. Перечисление беспорядков. Перечисление делителей, функция Эйлера.

### **Тема 6. Теорема Пойа (14 академ. часов)**

Лемма Бернсайда. Степенная группа. Цикловой индекс групп подстановок. Теорема перечисления степенной группы. Теорема Пойа.

## **Тема 7. Перманенты (14 академ. часов)**

Определение и некоторые свойства. Применение к решению задач пересчления подстановок. Сложностные аспекты вычисления перманентов.

## **Тема 8. Планарные графы (16 академ. часов)**

Плоские графы. Грань плоского графа. Планарные графы. Теорема Эйлера. Доказательство непланарности графов  $K_5$  и  $K_{3,3}$ . Критерий двусвязности плоского графа. Сведение задачи укладки графа к задачи укладки его блоков. Плоский граф, как подграф плоской триангуляции. Максимальный плоский граф и плоская триангуляция. Связь между числом вершин и числом ребер в плоской триангуляции. Сведение проверки планарности графа к аналогичному вопросу для трехсвязных графов. Теорема Понtryгина-Куратовского. Теорема Вагнера. Гамма-алгоритм для проверки планарности графа и укладки графа на плоскости (в случае его планарности).

## **Тема 9. Хроматические числа и многочлены (16 академ. часов)**

Хроматическое число графа. Критерий бихроматичности графа. Сведение задачи определения хроматического числа графа к определению хроматических чисел его блоков. Неравенства, связывающие число вершин графа, число его независимости и хроматическое число. Представление хроматической функции графа суммой хроматических функций полных графов. Хроматическая функция дерева. Теорема о возможности раскраски планарного графа не более чем в 5 цветов. Проблема 4-х красок.

## **Тема 10. Деревья (14 академ. часов)**

Деревья сортировки, АВЛ-деревья, выровненные деревья.

## **Тема 11. Сети Петри (16 академ. часов)**

Сети Петри, их основные свойства и применения.

## **Тема 12. Динамическое программирование (14 академ. часов)**

Динамическое программирование (DTW). Алгоритм Витерби.

## **Заключение (1 академ. час)**

Общие выводы по курсу.

# УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

## Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

№	Название, библиографическое описание	Семестр	К-во экз. в библ. (на каф.)
Основная литература			
1	Лекции о производящих функциях [Текст] : курс лекций / С.К. Ландо. - 2-е изд., испр. - М. : МЦНМО, 2004. - 143 с.	1	30
2	Лекции по теории графов : учеб. пособие для вузов по специальности "Математика" и "Прикладная механика" / [В.А. Емеличев, О.И. Мельников, В.И. Сарванов [и др.]. - М. : Наука, 1990. - 383 с.	1	37
3	Курс дискретной математики [Текст] : учеб. пособие для студ. вузов / В.Н.Нефедов, В.А.Осипова. - М. : Изд-во МАИ, 1992. - 262 с.	1	15
Дополнительная литература			
1	Введение в комбинаторный анализ [Текст] : монография / К.А.Рыбников. - М. : МГУ, 1972	1	1
2	Сборник задач по дискретной математике [Текст] : учеб. пособие для вузов по спец.: "Прикладная математика" / Г.П. Гаврилов, А.А. Сапоженко. - М. : Наука, 1977. - 368 с. : ил. - Библиогр.: с. 358-359	1	1
3	Введение в комбинаторный анализ [Текст] / Дж. Риордан.; Пер. с англ. Л.Е.Садовского; Под ред. Л.Я.Куликова. - М. : Иностр. лит., 1963	1	1
4	Комбинаторика и теория графов [Текст] : учеб. пособие по направлению 010300 "Фундамент. информатика" и информац. технологии", 010400 "Приклад. математика и информатика" ФГОС третьего поколения / Т. А. Панюкова. - Изд. 3-е, испр. - М. : ЛЕНАНД, 2014	1	2

Зав. отделом учебной литературы

Т.В. Киселева

*расеее рефеееоре Доссеееур / Соссеену 16*

**Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети  
«Интернет», используемых при освоении дисциплины**

№	Электронный адрес
1	<a href="http://www.combinatorics.org/">http://www.combinatorics.org/</a> The Electronic Journal of Combinatorics (E-JC) i
2	<a href="http://link.springer.com/journal/373">http://link.springer.com/journal/373</a> Graphs and Combinatorics
3	<a href="https://www.elsevier.com/journals/journal-of-combinatorial-theory-series-a/0097-3165">https://www.elsevier.com/journals/journal-of-combinatorial-theory-series-a/0097-3165</a> Journal of Combinatorial Theory, Series A
4	<a href="http://mjcmt.phystech.edu/ru/">http://mjcmt.phystech.edu/ru/</a> Moscow Journal of Combinatorics and Number Theory
5	<a href="https://arxiv.org/">https://arxiv.org/</a> Статьи по современным проблемам комбинаторики

Информационные технологии (операционные системы, программное обеспечение общего и специализированного назначения, а также информационные справочные системы) и материально-техническая база, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, соответствуют требованиям федерального государственного образовательного стандарта высшего образования.

Описание информационных технологий и материально-технической базы приведено в УМКД дисциплины.

Конкретные формы и процедуры текущего контроля знаний и промежуточной аттестации, включая перечень экзаменационных вопросов (Приложение 1), а также методические указания для обучающихся по самостоятельной работе при освоении дисциплин (содержащиеся в ООП) доводятся до сведения обучающихся на первом занятии.

# ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ

**Разработчик**

д.п.н., проф.

Поздняков С.Н.

**Рецензент**

д.т.н., проф.

Лисс А.Р.

**Зав. каф. ВМ-2**

д.ф.-м.н, проф.

Коточигов А.М.

**Директор ИФИО**

д.т.н., проф.

Филатов Ю.В.

**Согласовано**

**Председатель УМК ИФИО**

к.х.н., доц.

Альмяшева О.В.

**Начальник МО**

д.т.н., проф.

Грязнов А.Ю.

**Заведующий ОДА**

к.ф.-м.н.

Кучерова О.В.

## ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ

№	Дата	Изменение	Дата заседания УМК, № прот-ла	Автор	Нач. МО
1					